

Matematika

III. Zadatci produženih odgovora

Riješite zadatke 29. i 30. i napišite postupak rješavanja plavom ili crnom kemijskom olovkom. Prikažite sav svoj rad (skice, postupak, račun). Ukoliko dio zadatka riješite napamet, objasnite i zapišite kako ste to učinili. Ne popunjavajte prostor za bodovanje.

29. Zadana je funkcija $f(x) = x^3 - 3x^2$.

29.1. Odredite nultočke funkcije i koordinate točke T grafa kojoj je apscisa 1.

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 3x^2 \\ &= x^2(x-3) = 0 \\ x^2 &= 0 & x-3 &= 0 \\ \cancel{x=0} & & x_2 &= 3 \\ x_1 &= 0 & \text{Cor. } & \mathcal{Z} \end{aligned}$$

$$T = ? \quad T(1, y)$$

$$f(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 = 1 - 3 = -2 \Rightarrow y = -2$$
$$T(1, -2)$$

Odgovor:

nultočke:

točka: $T(1, -2)$

0

1

2

3

bod

MAT A D-S004



02

Matematika

29.2. Derivirajte funkciju f .

$$f(x) = x^3 - 3x^2$$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x$$

Odgovor: $f'(x) = 3x^2 - 6x$

0

1

bod

29.3. Odredite lokalne ekstreme funkcije f .

$$3x^2 - 6x = 0$$

$$3x(x-2) = 0$$

$$x=0 \quad x=2 \quad \text{stacionarne točke}$$

$$f''(x) = 6x - 6 \quad f''(0) = -6 < 0 \Rightarrow \text{max } M(0, f(0))$$

$$M(0, 0)$$

$$f''(2) = 6 \cdot 2 - 6 = 6 \Rightarrow \text{min } m(2, f(2))$$

$$f(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 = 8 - 12 = -4$$

0

1

2

bod

Odgovor: maksimum: $M(0, 0)$, minimum: $m(2, -4)$



Matematika

29.4. Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije u točki $T(-1, y)$.

$$f' = f'(1) = 3(1)^2 - 6(1) = 9$$

$$T(-1, -4)$$

$$\begin{aligned} f(-1) &= (-1)^3 - 3(-1)^2 \\ &= -1 - 3 \\ &= \underline{\underline{-4}} \end{aligned}$$

$$t \dots y - y_1 = f'(-1) \cdot (x - x_1)$$

$$y + 4 = 9(x + 1)$$

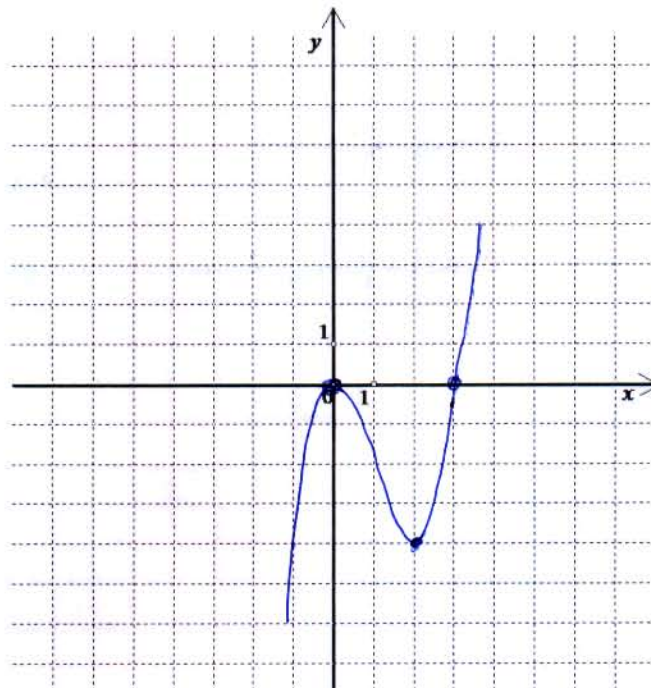
$$y = 9x + 5$$

Odgovor: $y = 9x + 5$

0
1
2

bod

29.5. Nacrtajte graf te funkcije rabeći rezultate prethodnih podzadataka.



0
1
2

bod

MAT A D-S004



02

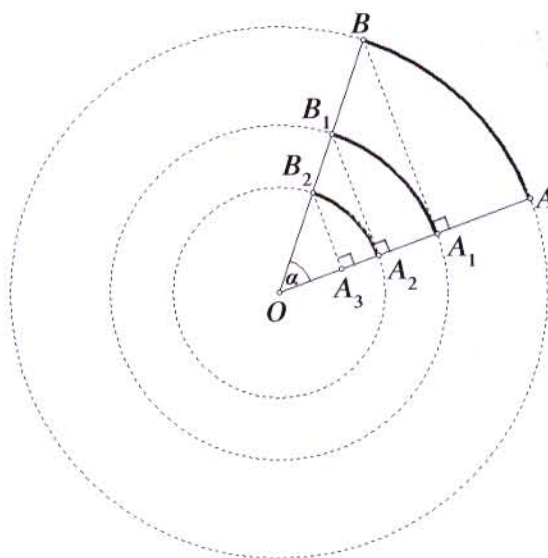
Matematika

30. Na slici je prikazan niz koncentričnih kružnica sa središtem u točki O .
 α je mjera kuta $\angle AOB$ izražena u stupnjevima, a $|OA| = 10$ cm.
 Na polumjeru OA leži niz točaka A_1, A_2, A_3, \dots , a na polumjeru OB niz točaka B_1, B_2, B_3, \dots .

Točka A_1 je sjecište polumjera \overline{OA} i okomice iz točke B na taj polumjer.
 Točka A_2 je sjecište polumjera \overline{OA} i okomice iz točke B_1 na taj polumjer itd.

Zbroj duljina svih kružnih lukova $\widehat{AB} + \widehat{A_1B_1} + \widehat{A_2B_2} + \dots$ jednak je $\frac{5\pi\alpha}{18}$ cm.

Odredite α .



$$l = \frac{rR\alpha}{180}$$

$$l_1 = \frac{|OA_1| \cdot R \cdot \alpha}{180} \Rightarrow |OA_1| = 10 \cos \alpha$$

$$l_1 = \frac{10 R \alpha \cos \alpha}{180}$$

$$l_2 = \frac{|OA_2| \cdot R \cdot \alpha}{180} \Rightarrow |OA_2| = |OB_1| \cos \alpha$$

$$l_2 = \frac{10 \cos^2 \alpha R \alpha}{180}$$

$$\widehat{AB} = \frac{10 R \alpha}{180}$$

$$\widehat{A_1B_1} = \frac{|OB_1| \cdot R \cdot \alpha}{180}$$



$$l + l_1 + l_2 + \dots = \frac{5Rd}{18}$$

$$1 + \cos d + \cos^2 d + \dots = 5 \Rightarrow \text{Beskonačni geometrijski red } |\cos d| < 1$$

$$\frac{1}{1 - \cos d} = 5$$

$$\leftarrow S = \frac{a}{1 - q}$$

$$5 - 5 \cos d = 1$$

$$\cos d = \frac{4}{5}$$

$$d = 36^\circ 52' 11''$$

Odgovor: 36° 52' 11''

0	<input type="checkbox"/>
1	<input type="checkbox"/>
2	<input type="checkbox"/>
3	<input type="checkbox"/>
4	<input type="checkbox"/>
bod	

